**BÀI 1: QUY TẮC ĐẾM**

**PHẦN 1: LÝ THUYẾT:**

**1. Quy tắc cộng**

 **a) Định nghĩa:** Xét một công việc .

Giả sử  có  phương án  thực hiện công việc . Nếu có cách thực hiện phương án , có  cách thực hiện phương án ,.., có cách thực hiện phương án  và mỗi cách thực hiện phương án  không trùng với bất kì cách thực hiện phương án  () thì có  cách thực hiện công việc .

**b)** **Công thức quy tắc cộng**

Nếu các tập  đôi một rời nhau. Khi đó: 

**2. Quy tắc nhân.**

**a) Định nghĩa:** Giả sử một công việc  bao gồm  công đoạn . Công đoạn  có  cách thực hiện, công đoạn có  cách thực hiện,…, công đoạn  có  cách thực hiện. Khi đó công việc H có thể thực hiện theo  cách.

**b) Công thức quy tắc nhân**

Nếu các tập  đôi một rời nhau. Khi đó:

.

**3. Phương pháp đếm bài toán tổ hợp dựa vào quy tắc cộng; quy tắc nhân**

+ Để đếm số cách thực hiện một công việc  nào đó theo quy tắc cộng ta cần phân tích xem công việc H đó có bao nhiêu phương án thực hiện? Mỗi phương án có bao nhiêu cách chọn?

+ Để đếm số cách thực hiện công việc H theo quy tắc nhân, ta cần phân tích công việc H được chia làm các giai đoạn  và đếm số cách thực hiện mỗi giai đoạn  ().

+ Từ định nghĩa của quy tắc cộng và quy tắc nhân trên, ta thấy rằng:

* Nếu bỏ 1 giai đoạn nào đó mà ta không thể hoàn thành được công việc (không có kết quả) thì lúc đó ta cần phải sử dụng quy tắc nhân.
* Nếu bỏ 1 phương án nào đó mà ta vẫn có thể hoàn thành được công việc (có kết quả) thì lúc đó ta sử dụng quy tắc cộng.

**PHẦN 2: CÁC DẠNG TOÁN TỰ LUẬN**

1. **Nhận xét chung:**

***Ta thường gặp bài toán đếm số phương án thực hiện hành động  thỏa mãn tính chất . Để giải bài toán này ta thường giải theo hai cách sau***

**Cách 1:** Đếm trực tiếp

 Nhận xét đề bài để phân chia các trường hợp xảy ra đối với bài toán cần đếm.

 Đếm số phương án thực hiện trong mỗi trường hợp đó

 Kết quả của bài toán là tổng số phương án đếm trong cách trường hợp trên

**Cách 2:** Đếm gián tiếp (đếm phần bù)

Trong trường hợp hành động  chia nhiều trường hợp thì ta đi đếm phần bù của bài toán như sau:

 Đếm số phương án thực hiện hành động  (không cần quan tâm đến có thỏa tính chất  hay không) ta được phương án.

 Đếm số phương án thực hiện hành động  không thỏa tính chất  ta được  phương án.

Khi đó số phương án thỏa yêu cầu bài toán là: .

***2. Một số dạng toán cụ thể***

**Bài toán 1:** Đếm số phương án liên quan đến số tự nhiên

Khi lập một số tự nhiên  ta cần lưu ý:

\*  và .

\*  là số chẵn  là số chẵn

\*  là số lẻ  là số lẻ

\*  chia hết cho  chia hết cho 

\*  chia hết cho   chia hết cho 

\*  chia hết cho 

\*  chia hết cho 6 là số chẵn và chia hết cho 

\*  chia hết cho  chia hết cho 

\*  chia hết cho  chia hết cho .

\*  chia hết cho tổng các chữ số ở hàng lẻ trừ đi tổng các chữ số ở hàng chẵn là một số nguyên chia hết cho .

\*  chia hết cho  hai chữ số tận cùng là .

**Bài toán 2:** Đếm số phương án liên quan đến kiến thức thực tế

**Bài toán 3:** Đếm số phương án liên quan đến hình học

**CÁC VÍ DỤ ÁP DỤNG**

**Ví dụ 1.** Từ thành phố  đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 4 con đường. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố B.

**Lời giải.**

**Cách 1:** Làm bằng cách liệt kê các con đường đi:



Căn cứ vào sơ đồ trên, ta có các con đường đi là: 1a, 1b, 1c, 1d, 2a, 2b, 2c, 2d, 3a, 3b, 3c, 3d. Vậy có 12 con đường

**Cách 2:** Sử dụng quy tắc nhân

Để đi từ thành phố A đến thành phố B ta có 6 con đường để đi. Với mỗi cách đi từ thành phố A đến thành phố B ta có 4 cách đi từ thành phố B đến thành phố C. Vậy có  cách đi từ thành phố A đến B.

**Ví dụ 2.** Từ các số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có 6 chữ số khác nhau và chữ số 2 đứng cạnh chữ số 3?

**Lời giải.**

**Cách 1:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |

Giả sử số cần lập có các chữ số ở các vị trí như trên (Được đánh số từ 1 đến 6)

Nếu chữ số 2, 3 đứng ở các vị trí (1) và (2), thì các vị trí còn lại có  , suy ra có  (số)

Nếu chữ số 2, 3 không đứng ở các vị trí như trên, sẽ có 8 cách sắp xếp hai chữ số này sao cho gần nhau, các vị trí còn lại có  cách sắp xếp, suy ra có (số)

Vậy có 144+48= 192 số cần lập

**Cách 2:**

Đặt , xét các số  trong đó  đôi một khác nhau và thuộc tập . Có  số như vậy

Khi ta hoán vị  trong  ta được hai số khác nhau

Nên có  số thỏa yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 3.** Có 3 học sinh nữ và 2 hs nam .Ta muốn sắp xếp vào một bàn dài có 5 ghế ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để :

**1.** 3 học sinh nữ ngồi kề nhau

**2.** 2. 2 học sinh nam ngồi kề nhau.

**Lời giải.**

**Cách 1:**

1. Giả sử các vị trí ghế được đánh số như sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) |

 Để sắp xếp để 3 nữ cạnh nhau, ta cần sắp xếp họ ở các vị trí: . Và với mỗi cách có 3!= 6 cách sắp xếp ba nữ và 2! = 2 cách sắp xếp 2 nam. Suy ra có 3.6.2 = 36 cách

2. Giả sử các vị trí ghế được đánh số như sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) |

Để sắp xếp 2 nam ngồi cạnh nhau, ta cần sắp xếp họ ở các vị trí . Và với mọi cách như vậy có 2! cách xếp các bạn nam và 3! Cách xếp các bạn nữ. Suy ra có 4.2!.3! = 48 cách

**Cách 2:**

**1.** Xem 3 bạn nữ là một “phần tử đặc biệt”. Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: 

**2**. Xem 2 bạn nam là một “phần tử đặc biệt”. Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: 

**Ví dụ 4.** Xếp 6 người A, B, C, D, E, F vào một ghế dài .Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho:

**1.** A và F ngồi ở hai đầu ghế

**2.** A và F ngồi cạnh nhau

**3.** A và F không ngồi cạnh nhau

**Lời giải.**

**1.** Số cách xếp A, F: 

Số cách xếp : 

Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: 

**2.** Xem  là một phần tử , ta có:  số cách xếp

. Khi hoán vị  ta có thêm được một cách xếp

Vậy có  cách xếp thỏa yêu cầu bài toán.

**3.** Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán:  cách

**Ví dụ 5.** Có bao nhiêu chữ số chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số  .

**Lời giải.**

Gọi .

**Cách 1:** Tính trực tiếp

Vì  là số chẵn nên .

***TH 1:***  có 1 cách chọn .

Với mỗi cách chọn  ta có 6 cách chọn 

Với mỗi cách chọn  ta có 5 cách chọn 

Với mỗi cách chọn  ta có  cách chọn 

Suy ra trong trường hợp này có  số.

***TH 2:*** có 4 cách chọn d

Với mỗi cách chọn , do  nên ta có 5 cách chọn

.

Với mỗi cách chọn  ta có 5 cách chọn 

Với mỗi cách chọn  ta có  cách chọn 

Suy ra trong trường hợp này có  số.

Vậy có tất cả  số cần lập.

**Cách 2:** Tính gián tiếp ( đếm phần bù)

Gọi { số các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số }

{ số các số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số }

{ số các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số }

Ta có: .

Dễ dàng tính được: .

Ta đi tính ?
 là số lẻ  có 2 cách chọn.

Với mỗi cách chọn  ta có 5 cách chọn (vì )
Với mỗi cách chọn  ta có 5 cách chọn 

Với mỗi cách chọn  ta có 4 cách chọn 

Suy ra 

Vậy .

**Ví dụ 6.** Từ các số  có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên ,mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện :sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

**Lời giải.**

**Cách 1:** Gọi  là số cần lập

Theo bài ra ta có:  (1)

Mà  và đôi một khác nhau nên

 (2)

Từ (1), (2) suy ra: 

Phương trình này có các bộ nghiệm là: 

Với mỗi bộ ta có  số.

Vậy có cả thảy  số cần lập.

**Cách 2:** Gọi  là số cần lập

Ta có: 

. Do 

Suy ra ta có các cặp sau: 

Với mỗi bộ như vậy ta có  cách chọn  và  cách chọn 

Do đó có:  số thỏa yêu cầu bài toán.

**VÍ DỤ ÁP DỤNG:**

**Ví dụ 1.** Cho tập 

**1.** Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao các số này lẻ không chia hết cho 5.

**2.** Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao chữ số đầu chẵn chữ số đứng cuối lẻ.

**ĐS.**

1. số

**2.** 11520 số.

**Ví dụ 2.** Cho tập 

**1.** Từ tập A ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số đôi một khác nhau

**2.** Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.

**ĐS.**

**1.** 300 số.

**2.**  số

**Ví dụ 3.** Cho tập hợp số : .Hỏi có thể thành lập bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

**ĐS. 144**

**Ví dụ 4.** Từ các số của tập  có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 5 chữ số đôi một khác nhau trong đó có đúng hai chữ số lẻ và hai chữ số lẻ đứng cạnh nhau.

**ĐS. 360**

**Ví dụ 5.** Từ các số  lập được bao nhiều số tự nhiên gôm  chữ số thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau

**1.** Trong mỗi số, mỗi chữ số có mặt đúng hai lần

**2.** Trong mỗi số, hai chữ số giống nhau không đứng cạnh nhau.

**ĐS.** 76

**CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP**

**Bài 1**

**1.** Bạn cần mua một áo sơ mi cỡ 30 hoặc 32. Áo cỡ 30 có 3 màu khác nhau, áo cỡ 32 có 4 màu khác nhau. Hỏi bạn có bao nhiêu cách lựa chọn ?

**2.** Có 10 cuốn sách Toán khác nhau, 11 cuốn sách Văn khác nhau và 7 cuốn sách anh văn khác nhau. Một học sinh được chọn một quyển sách trong các quyển sách trên. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn.

**3.** Có bao nhiêu cách xếp  cuốn sách Toán,  cuốn sách Lý và  cuốn sách Hóa lên một kệ sách sao cho các cuốn sách cùng một môn học thì xếp cạnh nhau, biết các cuốn sách đôi một khác nhau .

**Bài 2**

**1.** Có bao nhiêu cách xếp 4 người A,B,C,D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa 4 người.

**2.** Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra .

**3.** Từ thành phố A có 10 con đường đi đến thành phố B, từ thành phố A có 9 con đường đi đến thành phố C, từ B đến D có 6 con đường, từ C đến D có 11 con đường và không có con đường nào nối trực tiếp B với C. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D.

**4.** Hội đồng quản trị của công ty X gồm 10 người. Hỏi có bao nhiêu cách bầu ra ba người vào ba vị trí chủ tịch, phó chủ tịch và thư kí, biết khả năng mỗi người là như nhau.

 **Bài 3**

**1.** Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho :

a) Nam, nữ ngồi xen kẽ ?

b) Nam, nữ ngồi xen kẽ và có một người nam A, một người nữ B phải ngồi kề nhau ?

c) Nam, nữ ngồi xen kẽ và có một người nam C, một người nữ D không được ngồi kề nhau ?

**2.** Một bàn dài có 2 dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy gồm có 6 ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 6 học sinh trường A và 6 học sinh trường B vào bàn nói trên. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi trong mỗi trường hợp sau :

a) Bất kì 2 học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc đối diện nhau thì khác trường nhau.

b) Bất kì 2 học sinh nào ngồi đối diện nhau thì khác trường nhau.

**Bài 4**

**1.** Cho các chữ số 1, 2, 3,..., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số

a) Có 4 chữ số đôi một khác nhau

b) Số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

**2.** Có 100000 vé được đánh số từ 00000 đến 99999. Hỏi số vé gồm 5 chữ số khác nhau.

**3.** Tính tổng các chữ số gồm 5 chữ số được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5?

**Bài 5** Từ các số  lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là:
**1.** Số chẵn

**2.** Số lẻ

**3.** Số chia hết cho 5

**4.** Tổng hai chữ số đầu bằng tổng hai chữ số cuối.

**Bài 6** Cho tập 

**1.** Có bao nhiêu tập con của A chứa số 2 mà không chứa số 3

**2.** Tức các chữ số thuộc tập A, lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 5 chữ số không bắt đầu bởi 123.

**PHẦN 3: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

Trong bài Qui tắc đếm, nhiều học sinh dễ mắc sai lầm vì không phân biệt được khi nào dùng quy tắc nhân, khi nào dùng quy tắc cộng trong việc giải các bài tập, nên cần phân biệt rõ:

**1. Quy tắc nhân:** Nếu một công việc nào đó phải hoàn thành qua n giai đoạn liên tiếp, trong đó:

Giai đoạn 1 có m1 cách thực hiện

Giai đoạn 2 có m2 cách thực hiện

…. ………..

Giai đoạn n có mn cách thực hiện

Khi đó, có:  cách để hoàn thành công việc đã cho.

**2. Quy tắc cộng:** Nếu một công việc nào nó có thể thực hiện theo n hướng khác nhau, trong đó:

Hướng thứ 1 có m1 cách thực hiện

Hướng thứ 2 có m2 cách thực hiện

…. ………..

Hướng thứ n có mn cách thực hiện

Khi đó, có:  cách để hoàn thành công việc đã cho.

**Bài toán 1: Đếm số phương án liên quan đến số tự nhiên:**

**Câu 1.** Từ các chữ số  có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có  chữ số (không nhất thiết phải khác nhau) ?

 **A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải.** Gọi số cần tìm có dạng  với 

Vì số cần tìm có  chữ số không nhất thiết khác nhau nên:

*  được chọn từ tập  (có  phần tử) nên có  cách chọn.
*  được chọn từ tập  (có  phần tử) nên có  cách chọn.
*  được chọn từ tập  (có  phần tử) nên có  cách chọn.
*  được chọn từ tập  (có  phần tử) nên có  cách chọn.

Như vậy, ta có  số cần tìm. **Chọn B.**

**Câu 2.** Từ các chữ số  có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có  chữ số khác nhau ?

 **A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải.** Gọi số cần tìm có dạng  với 

Vì số cần tìm có  chữ số khác nhau nên:

  được chọn từ tập  (có  phần tử) nên có  cách chọn.

  được chọn từ tập  (có  phần tử) nên có  cách chọn.

  được chọn từ tập  (có  phần tử) nên có  cách chọn.

  được chọn từ tập  (có  phần tử) nên có  cách chọn.

Như vậy, ta có  số cần tìm. **Chọn B.**

**Câu 3.** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn ?

 **A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải.** Gọi số cần tìm có dạng  với  và 

Trong đó:

  được chọn từ tập  (cú  phần tử) nên có  cách chọn.

  được chọn từ tập  (có  phần tử) nên có  cách chọn.

Như vậy, ta có  số cần tìm. **Chọn C.**

**Câu 4.** Từ các chữ số  có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn  ?

 **A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải.** Các số bé hơn  chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập  Từ tập  có thể lập được  số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng  với 

Trong đó:

  được chọn từ tập  (có  phần tử) nên có  cách chọn.

  được chọn từ tập  (có  phần tử) nên có  cách chọn.

Như vậy, ta có  số có hai chữ số.

Vậy, từ  có thể lập được  số tự nhiên bé hơn  **Chọn D.**

**Câu 5.** Từ các chữ số  có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm  chữ số khác nhau ?

 **A. ** **B. ** **C. ** **D.** 

**Lời giải.** Gọi số cần tìm có dạng  với 

Vì  là số lẻ  có  cách chọn.

Khi đó chọn  có  cách chọn (khác  và ), chọn có  cách chọn và chọn  có  cách chọn.

Vậy có tất cả  số cần tìm. **Chọn C.**

**Câu 6.** Từ các chữ số  có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm  chữ số khác nhau ?

 **A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải.** Gọi số cần tìm có dạng  với 

Vì  là số chẵn 

**TH1.** Nếu  số cần tìm là  Khi đó:

  được chọn từ tập  nên có  cách chọn.

  được chọn từ tập  nên có  cách chọn.

  được chọn từ tập  nên có  cách chọn.

Như vậy, ta có  số có dạng 

**TH2.** Nếu  có  cách chọn.

Khi đó  có  cách chọn (khác  và ),  có  cách chọn và  có  cách chọn.

Như vậy, ta có  số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả  số cần tìm theo yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

**Câu 7.** Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Ta có  nên mỗi ước số tự nhiên của số đó cho đều có dạng  trong đó  sao cho 

 Có  cách chọn 

 Có  cách chọn 

 Có  cách chọn 

Vậy theo qui tắc nhân ta có  ước số tự nhiên. **Chọn C.**

**Câu 8.** Từ 6 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số các số gồm 3 chữ số đôi một khác nhau không chia hết cho 5 là

 **A.** 108 **B.** 121 **C.** 100 **D.** 120

**Lời giải.**

Gọi số có dạng  là số có ba chữ số, đôi một khác nhau và chia hết cho 5 với 

 Chọn c có 1 cách chọn (c=5).

Khi đó chọn a có 5 cách chọn (khác d), chọn b có 4 cách chọn

Vậy có tất cả 1×5×4=20 số chia hết cho 5 được lấy từ 

Có 6×5×4=120 số có ba chữ số được lấy từ 

Vậy có 120-20=100 số cần tìm. **Chọn C.**

**Câu 9.** Từ 6 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được số các số có 2 chữ số khác nhau và chia hết cho 9 là

 **A.** 6 **B.** 12 **C.** 8 **D.** 4

**Lời giải.**

Số có hai chữ số chia hết cho 9 nếu tổng của chúng chia hết cho 9, trong 6 chữ số chỉ có 2 cặp số {4,5} và {3,6}. Do đó ta có 4 số thỏa mãn yêu cấu là:45,54,36,63. **Chọn D**

**Bài toán 2: Đếm số phương án liên quan đến kiến thức thực tế:**

**Câu 1.** Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ  hoặc cỡ  Áo cỡ  có  màu khác nhau, áo cỡ  có  màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.**

 Nếu chọn cỡ áo  có  cách.

 Nếu chọn cỡ áo  có  cách.

Theo qui tắc cộng, ta có  cách chọn mua áo. **Chọn A.**

**Câu 2.** Một người có cái quần khác nhau,  cái áo khác nhau, chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì người đó có bao nhiêu cách chọn khác nhau?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.**

 Nếu chọn một cái quần có  cách.

 Nếu chọn một cái áo có  cách.

 Nếu chọn một cái cà vạt có  cách.

Theo qui tắc cộng, ta có  cách chọn. **Chọn A.**

**Câu 3.** Trên bàn có  chiếc bút chì khác nhau, chiếc bút bi khác nhau và  cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập. Hỏi học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.**

 Nếu chọn một cây bút chì sẽ có  cách.

 Nếu chọn một cây bút bi sẽ có 6 cách.

 Nếu chọn một cuốn tập sẽ có  cách.

Theo qui tắc cộng, ta có cách chọn. **Chọn B.**

**Câu 4.** Trong một trường THPT, khối  có  học sinh nam và  học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối  đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.**

 Nếu chọn một học sinh nam có  cách.

 Nếu chọn một học sinh nữ có  cách.

Theo qui tắc cộng, ta có  cách chọn. **Chọn D.**

**Câu 5.** Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp  hoặc lớp  Hỏi nhà trường cú bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp  có  học sinh tiên tiến và lớp  có  học sinh tiên tiến?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.**

 Nếu chọn một học sinh lớp  có  cách.

 Nếu chọn một học sinh lớp  có  cách.

Theo qui tắc cộng, ta có  cách chọn. **Chọn C.**

**Câu 6.** Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ  đến  và ba quả cầu đen được đánh số  Có bao nhiêu cách chọn một quả cầu trong hộp?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.**

Vì các quả cầu trắng hoặc đen đều được đánh số phân biệt nên mỗi lần lấy ra một quả cầu bất kì là một lần chọn.

 Nếu chọn một quả trắng có  cách.

 Nếu chọn một quả đen có  cách.

Theo qui tắc cộng, ta có  cách chọn. **Chọn B.**

**Câu 7.** Giả sử từ tỉnh  đến tỉnh  có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có  chuyến ô tô,  chuyến tàu hỏa,  chuyến tàu thủy và  chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ tỉnh  đến tỉnh ?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.**

 Nếu đi bằng ô tô có  cách.

 Nếu đi bằng tàu hỏa cú  cách.

 Nếu đi bằng tàu thủy cú  cách.

 Nếu đi bằng máy bay có  cách.

Theo qui tắc cộng, ta có  cách chọn. **Chọn A.**

**Câu 8.** Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm:  đề tài về lịch sử,  đề tài về thiên nhiên,  đề tài về con người và  đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.**

 Nếu chọn đề tài về lịch sử có  cách.

 Nếu chọn đề tài về thiên nhiên có  cách.

 Nếu chọn đề tài về con người có  cách.

 Nếu chọn đề tài về văn hóa có  cách.

Theo qui tắc cộng, ta có  cách chọn. **Chọn C.**

**Câu 9.** Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

 **A.** 4. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 16.

**Lời giải.**

Để chọn một chiếc đồng hồ, ta có:

 Có 3 cách chọn mặt.

 Có 4 cách chọn dây.

Vậy theo qui tắc nhân ta có  cách. **Chọn C.**

**Câu 10.** Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiều cách chọn bộ quần-áo-cà vạt khác nhau?

 **A.** 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

**Lời giải.**

Để chọn một bộ quần-áo-cà vạt, ta có:

 Có 4 cách chọn quần.

 Có 6 cách chọn áo.

 Có 3 cách chọn cà vạt.

Vậy theo qui tắc nhân ta có  cách. **Chọn B.**

**Câu 11.** Một thùng trong đó có  hộp đựng bút màu đỏ,  hộp đựng bút màu xanh. Chọn hai hộp bút từ thùng trên, có bao nhiên cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh lá?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Để chọn một hộp bút màu đỏ và một hộp bút màu xanh, ta có:

 Có  cách chọn hộp bút màu đỏ.

 Có  cách chọn hộp bút màu xanh.

Vậy theo qui tắc nhân ta có cách. **Chọn D.**

**Câu 12.** Trên bàn có  cây bút chì khác nhau,  cây bút bi khác nhau và  cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập.

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Để chọn một cây bút chì - một cây bút bi - một cuốn tập, ta có:

 Có  cách chọn bút chì.

 Có  cách chọn bút bi.

 Có  cách chọn cuốn tập.

Vậy theo qui tắc nhân ta có  cách. **Chọn C.**

**Câu 13.** Một bó hoa có bông hoa hồng trắng, bông hoa hồng đỏ và bông hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Để chọn ba bông hoa có đủ cả ba màu (nghĩa là chọn một bông hoa hồng trắng- một bông hoa hồng đỏ- một bông hoa hồng vàng), ta có:

 Có  cách chọn 1 hoa hồng trắng.

 Có  cách chọn 1 hoa hồng đỏ.

 Có  cách chọn 1 hoa hồng vàng.

Vậy theo qui tắc nhân ta có  cách. **Chọn B.**

**Câu 14.** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Để chọn thực đơn, ta có:

 Có  cách chọn món ăn.

 Có  cách chọn quả tráng miệng.

 Có  cách chọn nước uống.

Vậy theo qui tắc nhân ta có  cách. **Chọn B.**

**Câu 15.** Trong một trường THPT, khối  có  học sinh nam và  học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

 Có  cách chọn học sinh nam.

 Có  cách chọn học sinh nữ.

Vậy theo qui tắc nhân ta có  cách. **Chọn B.**

**Câu 16.** Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm  học sinh khối  học sinh khối  học sinh khối  Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

 Có  cách chọn học sinh khối 

 Có  cách chọn học sinh khối 

 Có  cách chọn học sinh khối 

Vậy theo qui tắc nhân ta có  cách. **Chọn C.**

**Câu 17.** An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có  con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có  con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.**  Từ An  Bình có  cách.

 Từ Bình  Cường có  cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có  cách. **Chọn D.**

**Câu 18.** Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



 **A.** 9. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 24.

**Lời giải.**

 Từ  có  cách.

 Từ  có  cách.

 Từ  có  cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có  cách. **Chọn D.**

**Câu 19.** Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?



 **A.** 1296. **B.** 784. **C.** 576. **D.** 324.

**Lời giải.**

 Từ  có  cách.

 Tương tự, từ  có  cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có  cách. **Chọn C.**

**Câu 20.** Nhãn mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái (trong bảng  chữ cái tiếng Việt), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn  Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Một chiếc nhãn gồm phần đầu (là chữ cái) và phần thứ hai .

 Có  cách chọn phần đầu.

 Có  cách chọn phần thứ hai.

Vậy theo qui tắc nhân ta có  cách. **Chọn C.**

**Câu 21.** Biển số xe máy của tỉnh  (nếu không kể mã số tỉnh) có  kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái (trong bảng  cái tiếng Anh), kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập  mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập  Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh  có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Giả sử biển số xe là .

 Có  cách chọn 

 Có  cách chọn 

 Có  cách chọn 

 Có  cách chọn 

 Có  cách chọn 

 Có  cách chọn 

Vậy theo qui tắc nhân ta có  biển số xe. **Chọn A.**

**Bài toán 3: Đếm số phương án liên quan đến hình học:**

**Câu 1**: Trong mặt phẳng có 30 điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu vecto khác vecto – không mà điểm đầu và điểm cuối được lấy từ 30 điểm trên?

 **A.** 870 **B.** 435 **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Điểm thứ nhất của vecto có 30 cách chọn

Điểm thứ hai của vecto có 29 cách chọn

Vậy theo qui tắc nhân có 30×29=870 cách chọn. **Chọn A.**

**Câu 2**: Cho hai đường thẳng song song d, d’. Trên d lấy 10 điểm phân biệt, trên d’ lấy 15 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà đỉnh của nó được chọn từ 25 đỉnh nói trên?

 **A.** 1050 **B.** 675 **C.** 1725 **D.** 708750

**Lời giải.**

TH1: Lấy 2 điểm thuộc d, 1 điểm thuộc d’:

 Lấy điểm thứ nhất thuộc d có 10 cách, lấy điểm thứ hai thuộc d có 9 cách

 Lấy điểm thuộc d’ có 15 cách.

 Vì sự thay đổi các đỉnh trong tam giác không tạo thành một tam giác mới nên hai đỉnh lấy trên d nếu đổi thứ tự lấy không tạo thành tam giác mới.

 Do đó có  tam giác

TH1: Lấy 2 điểm thuộc d’, 1 điểm thuộc d:

 Tương tự có  tam giác

Vậy có 675+1050=1725 tam giác. **Chọn C**

**Câu 3.** Tính số giao điểm tối đa khi của 10 đường thẳng phân biệt khi không có ba đường nào đồng qui và hai đường nào song song?

 **A.** 90 **B.** 35 **C.** 45 **D.** 19

**Lời giải.**

Đường thẳng thứ nhất giao với 9 đường còn lại nên có 9 giao điểm

Đường thẳng thứ hai giao với 8 đường còn lại nên co thêm 8 giao điểm ( đã tính giao điểm với đường thẳng thứ nhất ở trên)

….

Đường thẳng thứ 9 giao với 1 đường còn lại nên có thêm 1 giao điểm

Vậy có 9+8+7+6+5+4+3+2+1=45 giao điểm. **Chọn C.**

## KIỂM TRA TRẮC NGHIỆM QUY TẮC ĐẾM

1. Cho 6 chữ số 2,3,4,5,6,7. Hỏi có bao nhiêu số gồm 3 chữ số được lập thành từ 6 chữ số đó?

A. 36 B. 18 C. 256 D. 216

1. Cho 6 chữ số 4,5,6,7,8,9. Hỏi có bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau được lập thành từ 6 chữ số đó?

A. 120 B. 180 C. 256 D. 216

1. Cho các số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:

A. 12 B. 24 C. 64 D. 256

1. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số:

A. 900 B. 901 C. 899 D. 999

1. Cho các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số lấy từ 7 chữ số trên sao cho chữ số đầu tiên bằng 3 là:

A. 75 B. 7! C. 240 D. 2401

1. Từ các số 1, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có các chữ số khác nhau:

A. 6 B. 8 C. 12 D. 15

1. Số điện thoại ở Huyện Củ Chi có 7 chữ số và bắt đầu bởi 3 chữ số đầu tiên là 790. Hỏi ở Huyện Củ Chi có tối đa bao nhiêu máy điện thoại:

A. 1000 B. 100000 C. 10000 D. 1000000

1. Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 10 là

A. 4536 B. 9000 C. 90000 D. 15120

1. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho, lập được bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số khác nhau:

A. 160 B. 156 C. 752 D. 240

1. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số lớn hơn 4 và đôi một khác nhau:

A. 240 B. 120 C. 360 D. 24

1. Số các số gồm 5 chữ số khác nhau chia hết cho 10 là

A. 3260 B. 3024 C. 5436 D. 12070

1. Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần)

A. 3991680 B. 12! C. 35831808 D. 7!

1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẻ:

A. 6 B. 72 C. 720 D. 144

1. Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố A đến thành phố C có 2 con đường, từ thành phố B đến thành phố D có 2 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 3 con đường. không có con đường nào nối trực tiếp từ thành phố C đến thành phố B. Hỏi có bao nhiêu con đường đi từ thành phố A đến thành phố D:

A. 6 B. 12 C. 18 D. 36

1. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng:

A. 100 B. 91 C. 10 D. 90

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.D | 2.A | 3.B | 4.A | 5.D | 6.D | 7.C | 8.B | 9.B | 10.B |
| 11.B | 12.A | 13.B | 14.B | 15.D |  |  |  |  |  |